

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الجدول التالي يبيّن كمية الإنتاج السنوي بآلاف الأطنان من البطاطا لتعاونية فلاحية ما بين سنتي 2010 و 2015 .

السنة	2010	2011	2012	2013	2014	2015
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
كمية المنتوج بآلاف الأطنان y_i	25	30	33	42	48	55

(1) مثل سحابة النقط $(x_i; y_i)$ في معلم متعامد و ومتجانس حيث على محور الفواصل كل $1cm$ يمثل سنة واحدة و على محور الترتيب كل $1cm$ يمثل 10 آلاف طن.

(2) احسب إحداثيات النقطة المتوسطة G ثم علمها.

(3) أ- اكتب معادلة من الشكل $y = ax + b$ لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا. (تدور a و b إلى 10^{-2}).
ب- أنشئ المستقيم (Δ) .

(4) باستعمال هذا التعديل:

أ- احسب كمية إنتاج التعاونية سنة 2020 .

ب- في أي سنة يتجاوز الإنتاج 120 ألف طن ؟

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $U_0 = 5$ و $U_{n+1} = \frac{4}{7}U_n + \frac{3}{7}$.

(1) احسب الحدّين U_1 و U_2 .

(2) أ- برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n: U_n > 1$.

ب- بيّن أنّ المتتالية (U_n) متناقصة تماما.

ج- ماذا تستنتج بالنسبة لتقارب المتتالية (U_n) ؟

(3) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $V_n = U_n - 1$.

أ- بيّن أنّ (V_n) متتالية هندسية مُعيّنا أساسها و حدّها الأوّل.

ب- اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $U_n = 1 + 4\left(\frac{4}{7}\right)^n$.

ج- احسب نهاية (U_n) .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

وكالة أسفار تقترح على زبائنها ثلاث جهات A ، B و C .

20% من الزبائن اختاروا الوجهة A ، 50% اختاروا الوجهة B والباقي اختار الوجهة C .

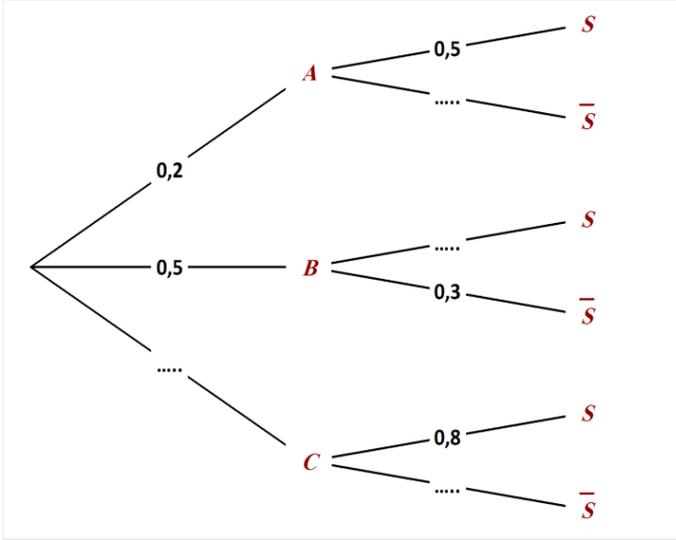
عند العودة من السفر أجرت الوكالة استجوابا لزبائنها حول مدى إعجابهم بالوجهة واستنتجت ما يلي:

50% من أصحاب الوجهة A كانوا معجبين بها.

30% من أصحاب الوجهة B كانوا غير معجبين بها.

80% من أصحاب الوجهة C كانوا معجبين بها.

نختار عشوائيا أحد الزبائن ونسجل الحوادث التالية:



S : الزبون معجب بالوجهة المختارة

و \bar{S} : الزبون غير معجب بالوجهة المختارة.

(1) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكمل القيم الناقصة.

(2) أ- احسب احتمالات الحوادث الآتية:

$A \cap S$ ، $B \cap S$ و $C \cap S$

ب- استنتج احتمال أن يكون الزبون معجب بالوجهة المختارة.

(3) نستجوب زبونا غير معجب بالوجهة المختارة،

ما احتمال أن يكون من أصحاب الوجهة B ؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = -4 + 2x(1 + \ln x)$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$. (تُعطى: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$).

(2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $1,4 < \alpha < 1,5$.

(4) حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = (2x - 4) \ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. فسّر النتيجة هندسياً.

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$.

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) عيّن نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(4) أ- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

ب- أنشئ (T) و (C_f) . (تُعطى: $f(\alpha) \approx -0,41$).

(5) نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $F(x) = (x^2 - 4x) \ln x - \frac{1}{2}x^2 + 4x$.

أ- بيّن أنّ F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها:

$x = 2$ و $x = 1$ ، $y = 0$

انتهى الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
04		التمرين الأول: (04 نقاط)
	0,50	1/ تمثيل السحابة.
	0,75	2/ $G(3,5;38,83)$ مع التعليم
	01,25	3/ أ) $y = 6,09x + 17,52$. (نقبل النتائج المقربة لقيمتي العددين a و b ؛ و ما يترتب عنهما من حسابات في السؤال /4.)
	0,25	ب) رسم مستقيم الانحدار.
	0,75	4/ أ) كمية الإنتاج سنة 2020 هي 84510 طن.
	0,50	ب) يتجاوز الإنتاج 120 ألف طن سنة 2026.
05		التمرين الثاني: (05 نقاط)
	01	1/ $U_2 = \frac{113}{49}$ ، $U_1 = \frac{23}{7}$
	01	2/ أ) البرهان بالتراجع.
	0,75	ب) إثبات أن المتتالية متناقصة.
	0,50	ج) المتتالية متقاربة.
	01	3/ أ) (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{4}{7}$ و حدها الأول $V_0 = 4$.
	0,50	ب) من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = 4\left(\frac{4}{7}\right)^n$ و $U_n = 4\left(\frac{4}{7}\right)^n + 1$.
0,25	ج) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 1$.	
01		التمرين الثالث: (04 نقاط)
	01	1/ نقل و إتمام الشجرة

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
03	01,50	$p(C \cap S) = 0,24$ و $p(B \cap S) = 0,35$ و $p(A \cap S) = 0,1$ (أ) /2
	0,75	$p(S) = 0,69$ (ب)
	0,75	$p_{\bar{S}}(B) = 0,48$ /3
07		التمرين الرابع: (07 نقاط)
	0,50	1 / I $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -4$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$
	0,50	2 / دراسة اتجاه التغير: $g'(x) = 4 + 2 \ln x$
	0,25	g متناقصة تماما على المجال $[0; e^{-2}]$ و متزايدة تماما على المجال $[e^{-2}; +\infty[$. جدول التغيرات.
	0,50	3 / إثبات أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد.
	0,50	4 / إشارة $g(x)$: $\begin{array}{c} + \quad 0 \quad - \quad \alpha \quad + \quad +\infty \\ \longleftarrow \quad \longleftarrow \quad \longleftarrow \quad \longleftarrow \quad \longleftarrow \end{array}$
	0,50	1 / II $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ المنحنى يقبل مستقيم مقارب معادلته $x = 0$
	0,25	(ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
	0,50	2 / (أ) تبيان أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$
	0,50	(ب) دراسة اتجاه التغير: الدالة f متناقصة تماما على المجال $[0; \alpha]$ و متزايدة تماما على المجال $[\alpha; +\infty[$. جدول التغيرات.
	0,50	3 / نقط التقاطع مع محور الفواصل.
	0,50	4 / (أ) $(T): y = -2x + 2$
	0,75	(ب) الرسم
0,50	5 / (أ) إثبات أن F أصلية للدالة f	
0,50	(ب) $A = 0,27ua$	